Mouvements rectilignes

Il existe deux types de mouvements rectilignes étudiés dans ce document. Le mouvement peut être à vitesse constante (MRU) ou avec une accélération constante (MRUA). Voici les règles qui sont applicables à chaque type de mouvement.

MRU		
Vitesse moyenne	$v_m = \frac{d}{t}$	La vitesse est constante donc la vitesse moyenne et vitesse instantanée sont identiques.
Vitesse instantanée	$v = \frac{d}{t}$	
Distance	$d = vt$	
Durée	$t = \frac{d}{t}$	
Accélération	$a = 0\ m/s^2$	La vitesse est constante donc l'accélération est nulle.
Forces	$F = \text{ma} = 0\ N$	Selon la loi fondamentale la résultante de toutes les forces $F = ma$. Si l'accélération est nulle la force résultante est aussi nulle.
Poids	$P = mg$	Lors d'un mouvement sur un plan horizontal le poids est une force perpendiculaire au mouvement et n'influence pas l'accélération. Attention : ne pas confondre la force de gravitation et la masse. L'accélération est inversement proportionnelle à la masse (Loi fondamentale a=F/m).
Travail	$A = Fdcos(\theta)$	θ=angle entre la force et le déplacement
Puissance	$P = \frac{A}{t} = Fv$	

MRUA		
Vitesse moyenne	$v_m = \frac{d}{t}$ $\quad v_m = \frac{v+v_0}{2}$	
Vitesse instantanée	$v = at + v_0$	
Distance	$d = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ $d = v_m t$	
Durée	$t = \frac{v-v_0}{a}$ Si $v_0 = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}}$	
Accélération	$a = \frac{v-v_0}{t}$ Si $v_0 = 0 \Rightarrow a = \frac{2d}{t^2}$	Accélération peut être positive ou négative (décélération)
Forces	$F = ma$	Selon la loi fondamentale la résultante de toutes les forces $F = ma$.
Poids	$P = mg$	Lors d'un mouvement sur un plan horizontal le poids est une force perpendiculaire au mouvement et n'influence pas l'accélération. Attention : ne pas confondre la force de gravitation et la masse. L'accélération est inversement proportionnelle à la masse (Loi fondamentale a=F/m).
Travail	$A = Fdcos(\theta)$	θ=angle entre la force et le déplacement
Puissance	$P = \frac{A}{t} = Fv$	

La loi fondamentale (2ème loi de Newton)

La loi fondamental $F = ma$ relie deux domaines de la mécanique : les mouvements et les forces (cinématique et dynamique) :

$$\boldsymbol{F = ma \implies a = \frac{F}{m} \qquad m = \frac{F}{a}}$$

F : résultante des forces qui agissent sur le mobile (unité : N)
m : masse du mobile (unité : kg)
a : accélération du mobile (unité : m/s^2)

Cette loi dit que l'accélération d'un mobile est proportionnelle à la résultante des forces qui agissent sur lui. Plus cette résultante est grande, plus l'accélération est grande. Une des conséquences de la loi fondamentale est que si la résultante des forces est nulle alors l'accélération sera aussi nulle et *vice versa* :

$$F = 0 \Leftrightarrow a = 0$$

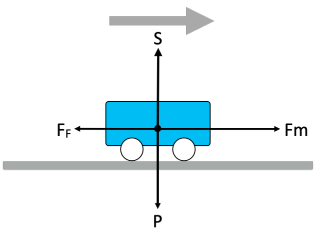
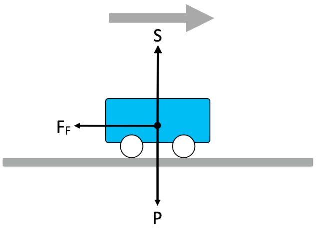
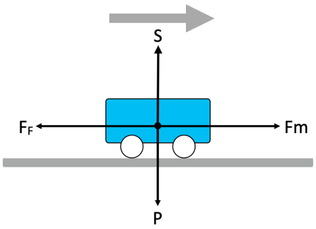
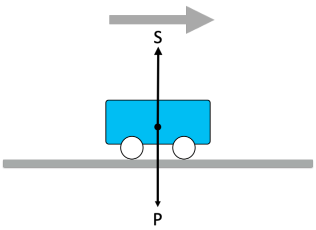
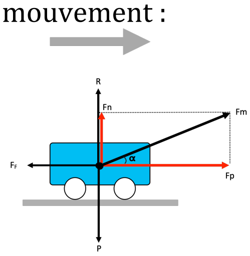
Application de la loi fondamentale *F = ma*

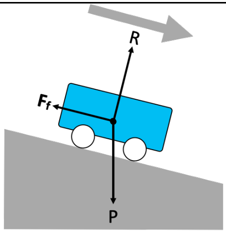
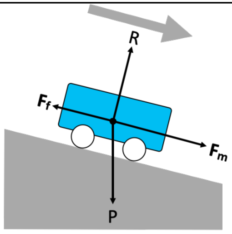
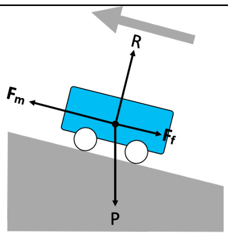
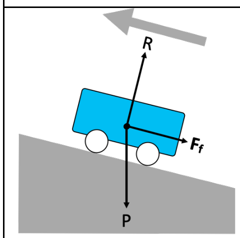
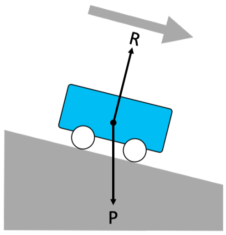
Sous la forme $F = ma$ ce modèle peut être utilisé pour calculer l'intensité d'une force et sous la forme $a = \frac{F}{m}$ il permet de calculer l'accélération du mobile. Dans les deux cas <u>F représente la résultante de toutes les forces agissant sur le mobile</u>. L'application de cette loi nécessite donc, au préalable, de connaître toutes les forces qui agissent sur le mobile. Dans un mouvement rectiligne on peut se servir de la phrase « <u>force positives (dans le sens du mouvement) mois forces négatives (opposées au mouvement)</u> ».

Revision rapide

Mouvements rectilignes et loi fondamentale

Voici quelques exemples d'application de la loi fondamentale (la flèche grise indique le sens du mouvement) :

Fm > F_F 	$F = Fm - F_F$ $\Rightarrow a = \frac{Fm-F_F}{m} \quad (a > 0)$
Mobile qui freine → (Fm = 0) 	$F = -F_F$ $\Rightarrow a = \frac{-F_F}{m} \quad (a < 0)$
Fm = F_F 	$F = Fm - F_F = 0$ $\Rightarrow a = \frac{Fm-F_F}{m} = 0$
En *roue libre* et F_F négligeables … 	$F = 0$ $\Rightarrow a = 0$
Force faisant un angle avec la direction du mouvement : 	$F = F_p - F_F$ $\Rightarrow a = \frac{F_p-F_F}{m} = \frac{Fm \cdot \cos(\alpha)-F_F}{m}$ F_p : composante de la force motrice qui est parallèle à la trajectoire.

	$F = F_P - F_F$ $\Rightarrow a = \frac{F_p - F_F}{m} = \frac{mgsin(\alpha) - F_F}{m}$ F_p : composante du poids qui est parallèle au plan incliné.
	$F = Fm + F_P - F_F$ $\Rightarrow a = \frac{Fm + F_P - F_F}{m}$
	$F = Fm - F_F - F_P$ $\Rightarrow a = \frac{F_m - F_F - F_p}{m}$
	$F = -F_P - F_F$ $\Rightarrow a = \frac{-F_P - F_F}{m} = \frac{-mgsin(\alpha) - F_F}{m}$
En *roue libre*, frottement négligeables … 	$F = F_P$ $\Rightarrow a = \frac{F_P}{m} = \frac{mgsin(\alpha)}{m} = gsin(\alpha)$

L'accélération de la gravitation g

L'accélération de la gravitation c'est l'accélération que subit un corps en chute en absence de frottement. Proche de la surface de la terre elle vaut environs 9,81 m/s^2.

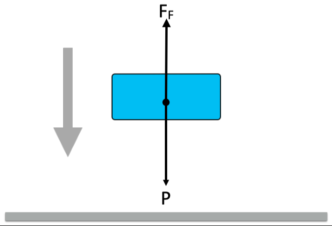
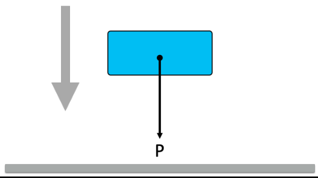
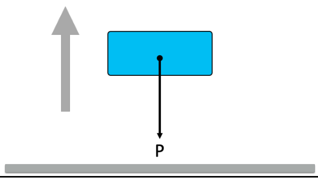
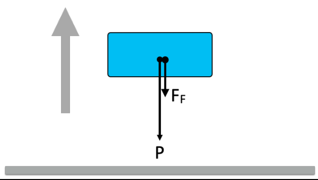
La Terre n'est pas une sphère parfaite. Son diamètre est l'égerment plus petite entre les pôles qu'à l'équateur. Ainsi l'accélération de la gravitation est légèrement plus forte aux pôles qu'à l'équateur.

L'accélération de la gravitation sur une planète : $g = \frac{M}{r^2}G$

M : masse de la planète (kg), r : rayon de la planète (m), G : constante de la gravitation universelle.

REVISION RAPIDE

MOUVEMENTS RECTILIGNES ET LOI FONDAMENTALE

Chute avec frottement 	$F = P - F_F$ $\Rightarrow a = \frac{P - F_F}{m}$
Chute libre (sans frottements) 	$F = P$ $\Rightarrow a = \frac{P}{m} = \frac{mg}{m} = g$
Lancée verticale sans frottements 	$F = -P$ $\Rightarrow a = \frac{-P}{m} = \frac{-mg}{m} = -g$
Lancée verticale avec frottements 	$F = -P - F_F$ $\Rightarrow a = \frac{-P - F_F}{m}$

Exercices

Rappel des étapes :
1. Quelle grandeur ? 2. Quel type de mouvement ? 3. Quelles données ? 4. Quel modèle ? 5. Calcul et analyse du résultat ?

1. Une voiture d'<u>une tonne</u> <u>à l'arrêt</u> démarre et atteint la vitesse de <u>50 km/h</u> en <u>10 secondes</u>. Les frottements durant le démarrage sont de <u>300 N</u>.

   Données :

   $m = 1\ tomme = 1000\ kg$
   $v_0 = 0\ m/s$ (à l'arrêt)
   $v = 50 \frac{km}{h} = \frac{50}{3,6} = 13,9\ m/s$
   $t = 10\ s$
   $F_F = 300\ N$

   a. Calculer son accélération

   $v = at + v_0 \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{13,9 - 0}{10} = 1,39\ m/s^2$

   b. Calculer sa vitesse 7 secondes après le démarrage

   $v = at + v_0 = 1,39 \cdot 7 + 0 = 9,72\ \ m/s$

   c. Calculer la distance parcourue les 10 premières secondes

   $d = \frac{1}{2} at^2 + v_o t = \frac{1}{2} \cdot 1,39 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10 = 69,5\ m$

   Autre méthode :

   $d = V_m t \qquad v_m = \frac{v_o + v}{2} = \frac{0 + 13,9}{2} = 6,95 \frac{m}{s} \qquad d = 6,95 \cdot 10 = 69,5\ m$

   d. Calculer le travail de la force motrice, des frottements, du poids et de la force de soutient durant les 10 premiers secondes

   Force motrice : $F = ma \Rightarrow Fm - F_F = ma$

   $\Rightarrow Fm = ma + F_F = 1000 \cdot 1,39 + 300 = 1690\ \ N$

$A_{Fm} = Fm \cdot d \cdot \cos(\theta) = 1690 \cdot 69{,}5 \cdot cos(0) = 117455\ J$

$A_{F_F} = F_F \cdot d \cdot \cos(\theta) = 300 \cdot 69{,}5 \cdot cos(0) = 20850\ J$

$A_P = 0\ J$

$A_S = 0\ J$

e. Calculer la puissance de la force motrice.

$P = \frac{A}{t} = \frac{117455}{10} = 11745{,}5\ W$

2. Une voiture d'une tonne roule à vitesse constante sur une route horizontale. Elle parcourt 3 km en 2 minutes. La force motrice est de 1200 N.

a. Calculer la vitesse de la voiture. Exprimez le résultat en km/h et m/s.

$v = \frac{d}{t} = \frac{3000}{120} = 25\ \frac{m}{s}\ = 90\frac{km}{h}$ $\qquad 1\ km/h = \frac{1000\ m}{3600\ s} = \frac{1}{3{,}6}\ m/s$

b. Calculer le travail de la force motrice, des frottements, du poids et de la force de soutient durant une minute

$A_{Fm} = Fm \cdot d \cdot \cos\,(\theta)$

$d = vt = 25 \cdot 60 = 1500\ m$

$A_{Fm} = 1200 \cdot 1500 \cdot \cos(0) = 1{,}8 \cdot 10^6\ J$

$A_{F_F} = F_F \cdot d \cdot \cos\,(\theta)$

$F = ma \Rightarrow Fm - F_F = 0 \quad (a = 0) \Rightarrow F_F = Fm = 1200\ N$

$A_{F_F} = 1200 \cdot 1500 \cdot \cos(0) = 1{,}8 \cdot 10^6\ J$

$A_P = 0\ J \quad (P\ perpendiculaire\ au\ déplacement)$

$A_S = 0\ J \quad (S\ perpendiculaire\ au\ déplacement)$

c. Calculer la puissance de la force motrice.

$P_{Fm} = \frac{A_{Fm}}{t} = \frac{1{,}8 \cdot 10^6}{60} = 3 \cdot 10^4\ W$

3. Une voiture d'une tonne roulant à 72 km/h freine jusqu'à l'arrêt en 5 secondes.

a. Calculer les forces de freinage durant ces 5 secondes.

$F = ma \Rightarrow 0 - F_F = ma \Rightarrow F_F = -ma$

$a = \frac{0-20}{5} = -4\ m/s^2$

$F_F = -1000 \cdot (-4) = 4000\ N$

b. Calculer le travail des forces de freinage durant ces 5 secondes.

$d = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \cdot (-4).5^2 + 20 \cdot 5 = 50\ m$

$A_{F_F} = 4000 \cdot 50 \cdot cos(0) = 2 \cdot 10^5\ J$

c. Calculer la vitesse de la voiture après 2 secondes de freinage

$v = at + v_0 = -4 \cdot 2 + 20 = 12\ m/s$

d. Calculer la distance de freinage

$d = 50\ m\ \ (voir\ point\ b)$

4. Une voiture à l'arrêt démarre et atteint la vitesse de 30 m/s après un parcourt de 100 m. La force motrice est de 3000 N durant cette phase d'accélération et les frottements sont de 500 N.

a. Calculer l'accélération de la voiture

$a = \frac{F}{m} \quad a = \frac{v-v_0}{t} \quad v_0 = 0\ \Rightarrow a = \frac{2d}{t^2}$

$\frac{v-v_0}{t} = \frac{2d}{t^2} \Rightarrow v - v_0 = \frac{2d}{t} \Rightarrow t = \frac{2d}{v-v_0} = \frac{200}{30-0} = 6{,}67\ s$

$a = \frac{v-v_0}{t} = \frac{30-0}{6{,}67} = 4{,}5\ m/s^2$

b. Calculer la masse de la voiture.

$F = ma \Rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{Fm-F_F}{a} = \frac{3000-500}{4{,}5} = 555{,}6\ kg$

c. Calculer la puissance de la force motrice durant l'accélération.

$P_{Fm} = \frac{A_{Fm}}{t}$

$A_{Fm} = Fm \cdot d \cdot \cos(\theta) = 3000 \cdot 100 \cdot \cos(0) = 3 \cdot 10^5\ J$

$P_{Fm} = \frac{3 \cdot 10^5}{6{,}67} = 4{,}5 \cdot 10^4\ W$

5. On lance une pierre de 100 g vers le ciel avec une vitesse initiale de 10 m/s. Les frottements sont de 0,2 N.
   a. Calculer son accélération

   $a = \frac{F}{m} = \frac{-P-F_F}{m} = \frac{-mg-F_F}{m} = \frac{-0,1\cdot 9,8-0,2}{0,1} = -11,8\ m/s^2$

   b. Calculer la <u>hauteur maximale</u> atteinte par la pierre

   $d = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$

   $t = \frac{v-v_0}{a} = \frac{0-10}{-11,8} = 0,85\ s$

   $d = \frac{1}{2}\cdot(-11,8)\cdot 0,85^2 + 10\cdot 0,85 = 4,24\, m$

6. <u>On lâche</u> une pierre de 100 g d'une hauteur de 100 m. Les <u>frottements sont négligeables</u>. Calculer sa vitesse juste avant de toucher le sol.

   $v = at + v_0$

   $F_F = 0\ \ (chute\ libre) \Rightarrow a = g = 9,8\ m/s^2$

   $t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{200}{9,8}} = 4,52\ s$

   $v = at + v_0 = 9,8\cdot 4,52 + 0 = 44,3\, m/s$

7. Une voiture de 1500 kg monte une pente de 5° à <u>vitesse constante</u>. Les frottements sont de 300 N. Calculer la force motrice de la voiture.

   $F = ma \Rightarrow Fm - F_F - F_p = 0\ \ (a = 0) \Rightarrow Fm = F_F + F_p = F_F + mgsin(\alpha)$

   $\Rightarrow Fm = 300 + 1500\cdot 9,8\cdot \sin(5) = 1581\ N$

8. Une bille est <u>posée</u> en haut d'un plan incliné de 10° par rapport à l'horizon. Les <u>frottements sont négligeables</u>. Calculer sa vitesse après 2 secondes de descente.

   $v = at + v_0$

   $a = \frac{F}{m} = \frac{F_p}{m} = \frac{mgsin(\alpha)}{m} = g\cdot sin(\alpha) = 9,8\cdot \sin(10) = 1,7\ m/s^2$

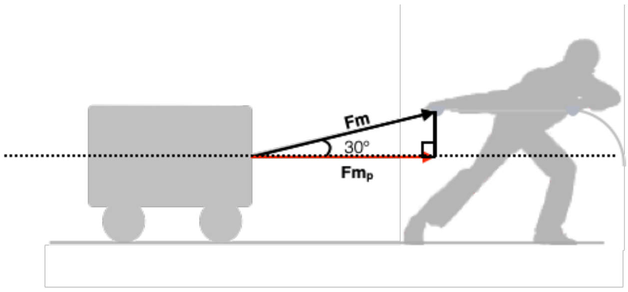
   $v = 1,7\cdot 2 + 0 = 3,4\, m/s$

9. Une bille de 200 g est posée en haut d'un plan incliné de 30°. Les frottements sont de 0,5 N. Calculer sa vitesse après 2 secondes de descente.

   $v = at + v_0$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F_p - F_F}{m} = \frac{mg\sin(\alpha) - F_F}{m} = \frac{0{,}2 \cdot 9{,}8 \cdot \sin(30) - 0{,}5}{0{,}2} = 2{,}4\ m/s^2$$

10. Jean tire sur un chariot avec une corde qui fait 30° avec l'axe du déplacement. Le chariot pèse 100 kg et les frottements sont de 5 N. Calculer la force avec laquelle Jean tire sur la corde pour pouvoir avancer à vitesse constante.



$$F = ma \Rightarrow Fm_p - F_F = ma = 0 \ \ (a = 0)$$

$$cos(30) = \frac{Fm_p}{Fm} \quad \Rightarrow Fm \cdot \cos(\alpha) - F_F = 0$$

$$\Rightarrow Fm = \frac{F_F}{cos(\alpha)} = \frac{5}{\cos(30)} = 5{,}77 \ \ N$$

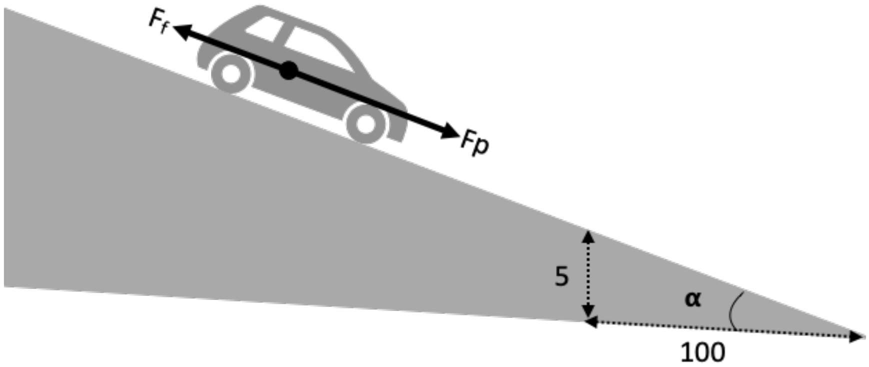
Quelques exercices des examens suisses de maturité

Été 2018

3.1 Une voiture de masse m = 1'000 kg est parquée dans une descente à 5% lorsque brusquement, le frein à main lâche (on suppose qu'il n'y a pas de vitesse engagée).

La voiture acquiert une vitesse de 36 km/h au bout de 500 m de descente.

Pour la résolution numérique, on utilisera l'approximation g = 10 m/s².



a) Calculez la somme des forces de frottement supposée constante qui a agi sur la voiture durant la descente.

$F = ma \Rightarrow F_p - F_F = ma \Rightarrow F_F = F_p - ma = mgsin(\alpha) - ma$

$a = \frac{v-v_0}{t} \qquad v_0 = 0 \;\Rightarrow a = \frac{2d}{t^2}$

$\frac{2d}{t^2} = \frac{v-v_0}{t} \Rightarrow \frac{2d}{t} = v - v_0 \Rightarrow t = \frac{2d}{v-v_0} = \frac{1000}{10} = 100\ s$

$a = \frac{v-v_0}{t} = \frac{10}{100} = 0{,}1\ m/s^2$

$Pente = 5\% \Rightarrow \tan(\alpha) = \frac{5}{100} \Rightarrow \alpha = tan^{-1}\left(\frac{5}{100}\right) = 2{,}86°$

$\Rightarrow F_F = 1000 \cdot 10 \cdot \sin(2{,}86) - 1000 \cdot 0{,}1 = 399\ \ N$

b) Quelle vitesse la voiture aurait-elle atteinte en absence de forces de frottement ?

$v = at + v_0$

$a = \frac{F}{m} = \frac{F_P}{m} = \frac{mgsin(\alpha)}{m} = gsin(\alpha) = 10 \cdot \sin(2{,}86) = 0{,}499\ m/s^2$

$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{1000}{0{,}499}} = 44{,}8\ s$

$v = 0{,}499 \cdot 44{,}8 + 0 = 22{,}36\ \ m/s \qquad (= 80\ km/h)$

Été 2008

2.1 (8 points)

Une voiture de 1200 kg, à l'arrêt, commence à accélérer régulièrement sur une route droite et horizontale.

2.1.1 Calculer la vitesse après un parcours de 300 m si l'accélération vaut 1,2 m/s².

$v = at + v_0$

$v = 1{,}2\ \times\ 22{,}36 + 0$

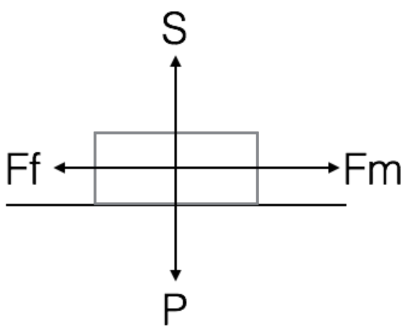
$\underline{\boldsymbol{v = 26{,}83\ m/s}}$

$a = 1{,}2\ m/s^2$

$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2\times 300}{1{,}2}} = 22{,}36\ s$

$v_0 = 0\ m/s$ (*à l'arrêt*)

2.1.2 Les frottements valent 100 N. Dessiner toutes les forces et calculer les autres forces agissant sur la voiture durant l'accélération.



P (poids)

$P = mg = 1200 \times 9{,}8$

$\underline{\boldsymbol{P = 11'760\ N}}$

S (force du soutient ou de réaction du sol)

$S\ =\ P$

$\underline{\boldsymbol{S = 11'760\ N}}$

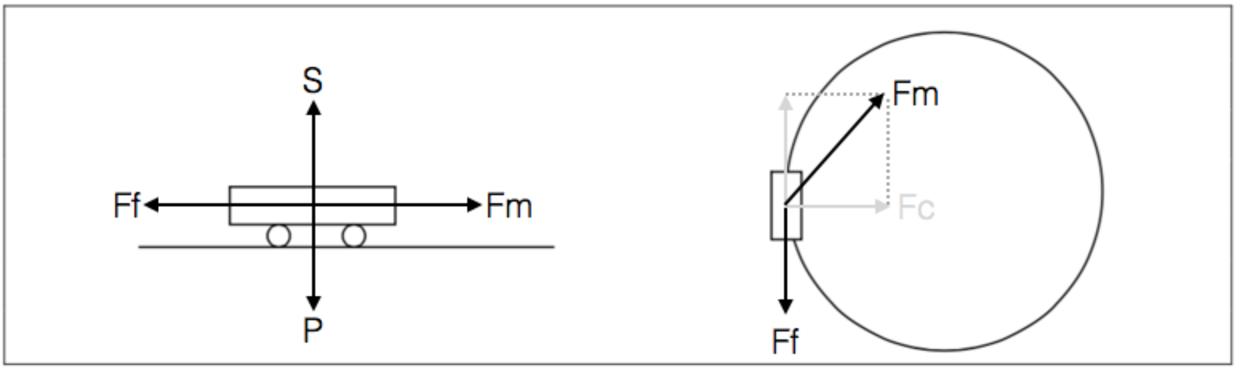
Fm (force motrice ou force de traction)

$F = ma\ \Rightarrow Fm - Ff = ma \Rightarrow Fm = ma + Ff$

$Fm = 1200 \times 1{,}2 + 100$

$\underline{\boldsymbol{Fm = 1'540\ N}}$

2.1.3 A cette vitesse ainsi atteinte et supposée maintenant constante (au cas de non réponse à la question 2.1.1 continuer avec 100 km/h) la voiture entre dans un virage de rayon de courbure 500 m. Dessiner toutes les forces qui agissent sur la voiture dans le virage.



2.1.4 Calculer l'accélération de la voiture dans le virage et la force de frottement nécessaire pour que la voiture reste dans le virage.

$$MCU: a = \frac{v^2}{R} = \frac{26{,}83^2}{500}$$

$$\underline{\boldsymbol{a = 1,44\ m/s^2}}$$

$$\cancel{Ff = Fc = \frac{m}{a} = \frac{1200}{1{,}44}}$$

$$\cancel{\boldsymbol{Ff = 833,3\ N}}$$

$v = 26{,}83\ m/s$

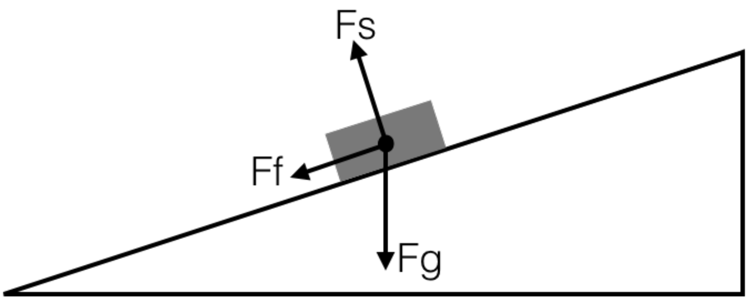
$R = 500\ m$

Été 2010

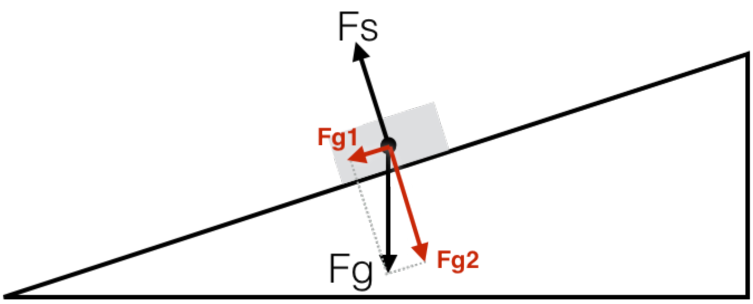
3.2 (7 points)

Une voiture ayant une vitesse de 20 m/s s'engage à la montée sur une route ayant une inclinaison de 10° avec l'horizontale. Sa masse est de 1000 kg et la force de traction nulle (Ft = 0 N).

3.2.1 Faites un schéma de la situation avec les forces qui s'exercent sur la voiture :



3.2.2 Quelle longueur L doit avoir au minimum la route pour que la voiture s'immobilise (momentanément) sans utiliser les freins et si l'on néglige les frottements ?



$$L = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$L = \frac{1}{2}(-1{,}702) * 11{,}75^2 + 20 * 11{,}75$$

$$L = 117{,}5\ m$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0 - F_{g1}}{m}$$

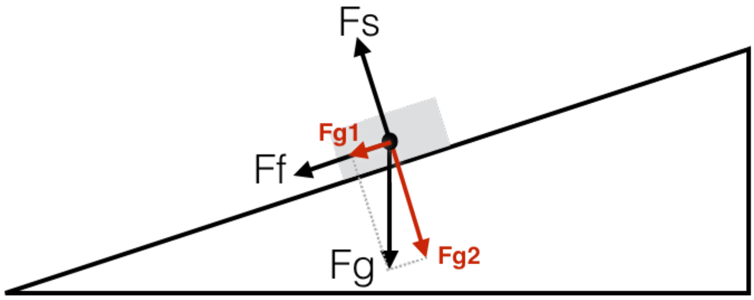
Fg_1 : composante de la force de gravitation parallèle à la trajectoire

$Fg_1 = mg.sin(\alpha) = 1000.9{,}8.\sin(10) = 1702\ N$

$$a = \frac{-1702}{1000} = -1{,}702\ m/s^2$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 20}{-1{,}702} = 11{,}75\ s$$

3.2.3 Si la route est recouverte d'une épaisse couche de sable, la voiture subit une force de frottement constante Ff = 6'500 N. Que devient, dans ce cas, la longueur minimale L de la route ?



$$L = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$L = \frac{1}{2}(-8{,}202) \cdot 2{,}438^2 + 20 \cdot 2{,}438$$

$$L = 24{,}38\ m$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-ff - fg_1}{m}$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-6500 - 1702}{1000} = -8{,}202\ m/s^2$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 20}{-8{,}202} = 2{,}438\ s$$