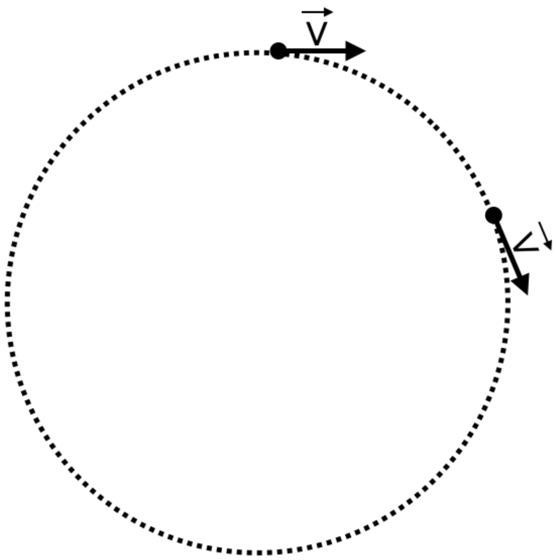
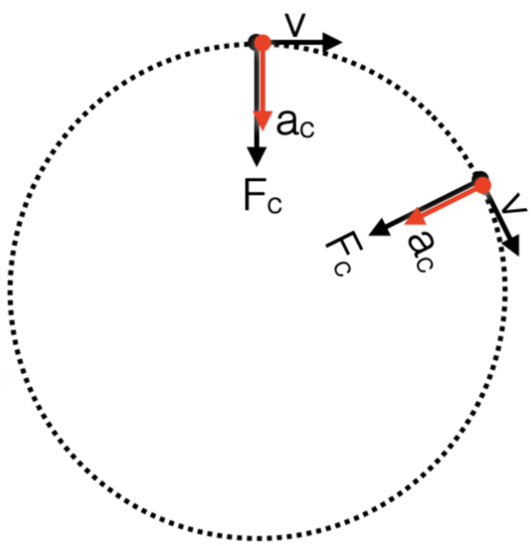
Mouvements circulaires uniformes - MCU

Un objet est en mouvement rectiligne uniforme (MCU) lorsque sa trajectoire est un cercle (ou un arc de cercle) et que la grandeur (norme) de sa vitesse est constante.

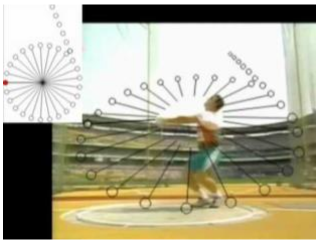
La grandeur de la vitesse est constante mais sa direction, tangente à la trajectoire, change constamment :

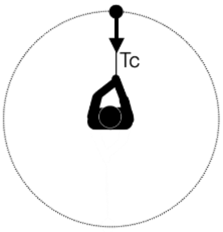


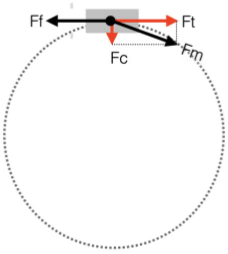
La vitesse change en permanence. Il y a donc une accélération qui a pour effet non d'augmenter ou diminuer la vitesse mais d'en changer la direction. Cette accélération est due à la force résultante exercée sur l'objet et qui est dirigée vers le centre de la trajectoire :

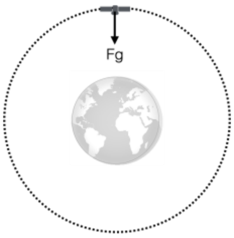


La nature de cette force centrifuge diffère selon les situations :





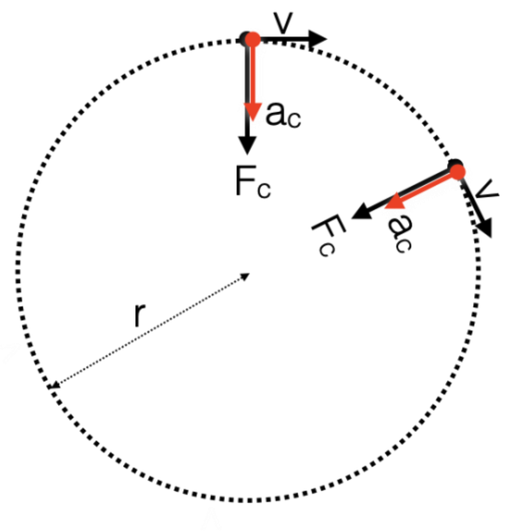




Accélération lors d'un mouvement circulaire uniforme

Lors d'un mouvement circulaire uniforme, le mobile parcourt une trajectoire circulaire avec une vitesse à norme constante.

Mais la direction de la vitesse change. Ce changement est dû à une accélération $\overrightarrow{a_c}$ (m/s²) dirigée vers le centre de la trajectoire (accélération centripète).



La norme a_c (m/s²) de cette accélération est constante mais sa direction, perpendiculaire à la vitesse, change. Elle est proportionnelle au carré de la norme de la vitesse v (m/s) et inversement proportionnelle au rayon r (m) de la trajectoire :

$$\boldsymbol{a_c = \frac{v^2}{r}}$$

L'accélération centripète est due à une force centripète F_c (N), représentant la résultante de toutes les forces qui agissent sur le mobile. On peut ainsi utiliser la loi fondamentale de la dynamique pour calculer l'accélération centripète :

$$\boldsymbol{a_c = \frac{F_c}{m} \Rightarrow F_c = m a_c}$$

Exercices

1) Une voiture d'une tonne tourne à la <u>vitesse à norme constante</u> de 10 m/s dans un rond-point de 50 m de rayon.

   a) Quelle est son accélération ?

   $a = \frac{v^2}{r} \qquad a = \frac{F}{m}$

   $a_c = \frac{10^2}{50} = 2\ m/s^2$

   b) Quelle est l'intensité de la force centripète exercée sur la voiture ?

   $F_c = ma_c = 1000 \cdot 2 = 2000\ N$

2) On fait tourner une pierre de 2 kg attachée à une corde avec une vitesse de 3,6 km/h. La longueur de la corde est de 1 m.

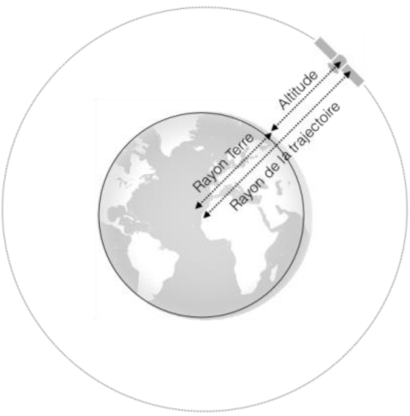
   a) Quelle est l'accélération de la pierre ?

   $a_c = \frac{v^2}{r} \quad v = 3{,}6\ \frac{km}{h} = \frac{3{,}6}{3{,}6} = 1\ \ m/s$

   $a_c = \frac{1^2}{1} = 1\ m/s^2$

   b) Quelle est la tension de la corde ?

   $F_c = ma_c = 2 \cdot 1 = 2\ N$



3) Un satellite de 500 kg tourne autour de la Terre à la vitesse de 7,35 km/s à une altitude de 1000 km.
   (Rayon de la Terre ≈ 6370 km)

   a) Quelle est son accélération ?

   $a_c = \frac{v^2}{r} \qquad v = 7{,}35 km/s = 7350\ m/s$

   $r = Alt + R_T = 1000000 + 6370000 = 7370000\ m$

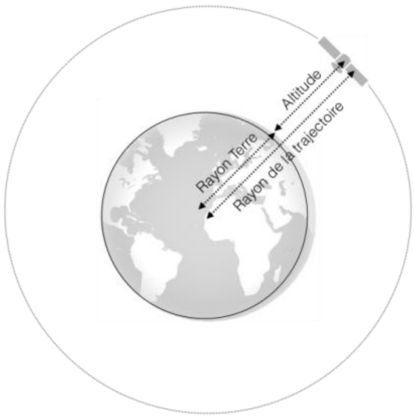
   $a_c = \frac{7350^2}{7370000} = 7{,}33\ m/s^2$

   b) Quelle est l'origine de la force centripète exercée sur le satellite

   Force de gravitation (la gravité)

Attention à ...

- Le rayon de la trajectoire *r* représente la distance entre le mobile et le centre de la trajectoire.
- Pour les mouvements des satellites ne confondez pas le rayon *r* avec l'altitude du satellite. L'altitude est la distance entre le satellite et la surface de la Terre. Pou calculer *r*, il faute additionner l'altitude avec le rayon de la Terre.



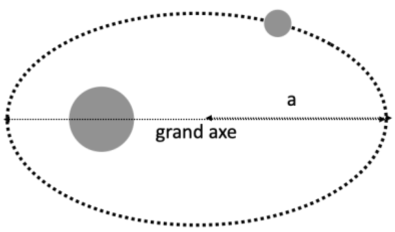
- La force centripète qui maintient les satellites et planètes sur leurs orbites est la force de gravitation F_g (N)
- Les lois de Kepler (ou des lois dérivées) fournissent les liens entre la période T, la vitesse et le rayon de la trajectoire d'un satellite tournant autour d'une planète.

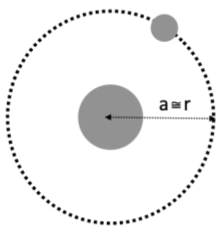
$$\boldsymbol{F_g = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} G}$$

$F_g = \frac{m_1 . m_2}{d^2} . G$

$T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}} \qquad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

a = ½ grand axe ≈ r





Exercices

4) Un satellite d'une tonne tourne autour de la Terre à une altitude de 1000 km.
(Rayon de la Terre ≈ 6370 km, masse de la Terre ≈ $5{,}97.10^{24}$ kg)

a. Quelle est l'intensité de la force centripète exercée sur le satellite ?

La force centripète exercée sur ce satellite c'est la force de gravitation:

$F_g = \frac{m_1 m_2}{d^2} G$ (*formulaire CRM p. 135*) :

$d = 10^6 + 6{,}37 \cdot 10^6 = 7{,}37 \cdot 10^6\ m$

$F_c = F_g = \frac{10^3 \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{(7{,}37 \cdot 10^6)^2} 6{,}67 \cdot 10^{-11} = \mathbf{7331\ N}$

b. Quelle est son accélération ?

$a_c = \frac{F_c}{m} = \frac{7331}{1000} = 7{,}331\ m/s^2$

c. Quelle est sa vitesse ?

$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{a_c r} = \sqrt{7{,}331 \cdot 7{,}37 \cdot 10^6} = \mathbf{7350\ m/s}$ $(26460\ km/h)$

Autre méthode

Vitesse d'un satellite sur une orbite circulaire (*formulaire CRM p. 141*) :

$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{7{,}37 \cdot 10^6}} = 7350\ m/s$ $(26460\ km/h)$

5) Une voiture d'une tonne tourne à 10 m/s dans un rond-point de 100 m de rayon. Les frottements sont de 300 N.

   a. Calculer l'accélération de la voiture

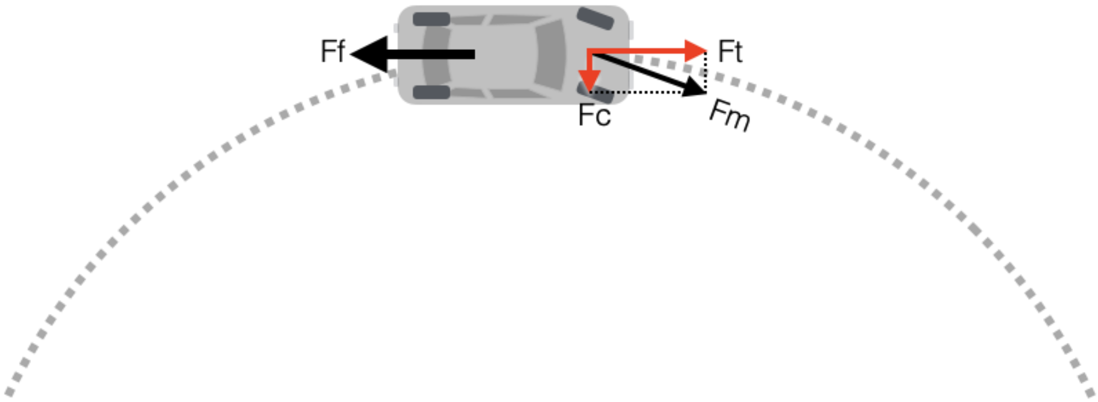
   $a_c = \frac{v^2}{r} \qquad a_c = \frac{F_c}{m}$

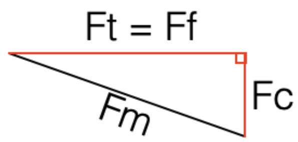
   $a_c = \frac{10^2}{100} = \mathbf{1\ m/s^2}$

   b. Calculer l'intensité de la force centripète exercée sur la voiture.

   $F_c = ma_c = 1000 \cdot 1 = \mathbf{1000\ N}$

   c. Calculer l'intensité de la force motrice





$Pythagore: Fm^2 = {F_F}^2 + {F_c}^2 \Rightarrow Fm = \sqrt{{F_F}^2 + {F_c}^2} = \sqrt{300^2 + 1000^2} = \mathbf{1044\ N}$