Énergie mécanique

Un corps porte plusieurs types d'énergie (chaleur, énergie chimique etc.). Lorsqu'on étudie les mouvements d'un corps on s'intéresse à l'énergie due à la vitesse (cinétique), l'énergie due à la hauteur et la force de gravitation (potentielle gravitationnelle), l'énergie contenue dans un ressort (potentielle élastique) et l'énergie perdue par le corps à cause des frottements (dissipée).

Énergie cinétique

L'énergie cinétique c'est l'énergie que porte un corps qui a une vitesse. L'énergie cinétique dépend de la vitesse du corps (une voiture roulant à 100 km/h porte plus d'énergie cinétique qu'une voiture roulant à 30 km/h) et la masse du corps (un camion de 10 tonnes roulant à 100 km/h porte plus d'énergie qu'une voiture d'une tonne roulant à 100 km *(Formulaire CRM p. 133)*:

$$\boldsymbol{E_c = \frac{1}{2}mv^2}$$

Si la vitesse d'un objet est nulle alors son énergie cinétique est nulle.

Exemples

L'énergie cinétique d'une voiture de 1500 kg roulant à 72 km/h :
$E_c = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 20^2 = 300000 \ J$

L'énergie cinétique d'un camion de 10 tonnes roulant à 72 km/h :
$E_c = \frac{1}{2} \cdot 10000 \cdot 20^2 = 2000000 \ J$

L'énergie cinétique d'un satellite de 500 kg en orbite autour de la Terre avec une vitesse de 10'000 m/s :
$E_c = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 10000^2 = 25000000000 \ J$

L'énergie cinétique d'un électron ayant une vitesse de 2 km/s :
$E_c = \frac{1}{2} \cdot 9{,}1 \cdot 10^{31} \cdot 2000^2 = 1{,}82 \cdot 10^{-24} \ J$

L'énergie cinétique d'une balle de fusille de 10 g sortant du canon d'une fusille à la vitesse de 900 m/s :
$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0{,}01 \cdot 900^2 = 4050 \ J$

L'énergie cinétique d'une météorite de 100 tonnes frappant la Terre à la vitesse de 20 km/s :
$E_c = \frac{1}{2} \cdot 100000 \cdot 20000^2 = 20000000000000 \ J$

Énergie potentielle gravitationnelle

Lorsqu'on éloigne un corps de la surface de la Terre on lui confère de l'énergie potentielle gravitationnelle. Cette énergie dépend de la hauteur à laquelle se trouve le corps ainsi que de sa masse (*voir formulaire CRM p. 135*) :

$$\boldsymbol{E_p = \mathrm{mgh}}$$

Si la hauteur d'un objet est nulle alors son énergie potentielle est nulle.

Exemples

L'énergie potentielle d'une voiture d'une tonne qui se trouve à une altitude de 100 m :
$E_p = 1000 \cdot 9{,}8 \cdot 100 = 980000\, J$

L'énergie potentielle d'une pierre de 10 kg lâché du haut d'un immeuble de 100 m de hauteur :
$E_p = 10 \cdot 9{,}8 \cdot 100 = 9800\, J$

L'énergie potentielle d'un chariot de 50 kg qui est en haut d'un plan incliné (dénivellation entre le haut et le bas du plan incliné est de 20 m) :

L'énergie potentielle d'un ascenseur qui pèse une demi-tonne et qui se trouve au 5$^{\text{ème}}$ étage à 15 m du sol :

L'énergie potentielle d'une goutte de pluie de 0,1 g qui se trouve à 1 km d'altitude :

L'énergie potentielle d'un grêlon de 10 g qui se trouve à 1 km d'altitude :

L'énergie potentielle d'un avion de 200 tonnes qui vole à 10 km d'altitude :
$E_p = 200000 \cdot 9{,}8 \cdot 10000 = 19600000000\, J$

L'énergie potentielle de toute l'eau accumulée derrière le barrage de Grand-Dixence (environs 400 millions de m^3 d'eau) qui se trouve à 2360 m d'altitude
$m = 400'000'.998 = 3{,}99 \cdot 10^{11}\ kg$
$E_p = 3{,}99 \cdot 10^{11} \cdot 9{,}8 \cdot 2360 = 9\ 200\ 000\ 000\ 000\ 000\ \ J$

(Hiroshima: 54 000 000 000 000 J)

L'énergie potentielle de votre cerveau (environs 1,3 kg) si votre taille est d'environs 1 m 70 :

Énergie mécanique d'un corps

$$\boldsymbol{E_{mec} = E_c + E_{p_{grav}}}$$

Calculer l'énergie mécanique d'une voiture de 1200 kg roulant à 72 km/h sur une route à une altitude de 300 m :

$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot 20^2 + 1200 \cdot 9{,}8 \cdot 300 = XXXXXX\ J$

Calculer l'énergie mécanique d'un parachutiste de 80 kg qui se trouve à 800 m d'altitude et qui descend vers le sol à la vitesse de 3 m/s :

$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 3^2 + 80 \cdot 9{,}8 \cdot 800 = 6{,}276 \cdot 10^5\ J$

Calculer l'énergie mécanique d'une bille de 100 g qui se trouve immobile en haut d'une pente (hauteur = 2 m)

$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = 0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot 2 = 1{,}96\ \ J$

Calculer l'énergie mécanique d'un ascenseur (m= 500 kg) qui se trouve à 15 m de sol et qui descend à la vitesse de 2 m/s

$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 2^2 + 500 \cdot 9{,}8 \cdot 15 = 7{,}45 \cdot 10^4\ \ J$

Énergie dissipée

Un corps en mouvement doit dépenser une partie de son énergie pour vaincre les frottements. On appelle énergie dissipée (E_{diss}) l'énergie dépensée pour vaincre les frottements. Elle correspond au travail des forces de frottement :

$$\boldsymbol{E_{diss} = F_F \cdot d}$$

Si les frottements sont négligeables alors l'énergie dissipée est nulle.

Exemples :

Calculer l'énergie dissipée sur 1 km d'une voiture roulant à 72 km/h si les frottements sont de 500 N :

$E_{diss} = F_F \cdot d = 500 \cdot 1000 = 5 \cdot 10^5\ J$

Calculer l'énergie dissipée par un cycliste parcourant 1 km si les frottements sont de 20 N :

$E_{diss} = F_F \cdot d = 10 \cdot 1000 = 10^4\ J$

Calculer l'énergie dissipée par une pierre lâchée d'une hauteur de 100 m entre le début de son mouvement et son arrivée au sol si les frottements sont de 2 N :

$E_{diss} = F_F \cdot d = 2 \cdot 100 = 200\ J$

Calculer l'énergie dissipée par un parachutiste de 80 kg descendant à la vitesse constante de 2 m/s entre une altitude 800 m et le sol :

$E_{diss} = F_F \cdot d$

$F_F = ?\quad F = ma \Rightarrow Fg - F_F = ma \ \Rightarrow F_F = F_g = 80 \cdot 9{,}8 = 784\ N$

$E_{diss} = 784 \cdot 800 = 6{,}272 \cdot 10^5\ J$

Principe de conservation d'énergie

En absence d'un apport d'énergie autre que l'énergie mécanique, l'énergie mécanique d'un corps à un moment (E_{m1}) est égale à son énergie mécanique à un autre moment (E_{m2}), diminuée de l'énergie qu'il a dépensée pour vaincre les frottements (E_{diss}) :

$$Em_1 - E_{diss} = E_{m_2}$$

$$\boldsymbol{E_{m_1} = E_{m_2} + E_{diss}}$$

Cette équation peut servir à résoudre certains problèmes de physique liés aux mouvements des corps.

Exercices

1. On lâche une pierre de 1 kg d'une hauteur de 100 m.
   a. Calculer sa vitesse juste avant de toucher le sol si les frottements sont négligeables.

      $E_{m_1} = E_{m2} + E_{diss}$
      $\cancel{m}gh_1 = \frac{1}{2}\cancel{m}{v_2}^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 100} = 44{,}27\ m/s$

   b. Calculer sa vitesse juste avant de toucher le sol si les frottements sont de 2 N.

      $E_{m_1} = E_{m2} + E_{diss}$
      $mgh_1 = \frac{1}{2}m{v_2}^2 + F_F \cdot d \Rightarrow \frac{1}{2}m{v_2}^2 = mgh_1 - F_F \cdot d$
      $\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{mgh_1 - F_F \cdot d}{\frac{1}{2}m}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 9{,}8 \cdot 100}{0{,}5 \cdot 1}} = 43{,}83\ m/s$

2. Une voiture de 1000 kg roulant à 30 m/s freine jusqu'à l'arrêt sur une distance de 100 m.
   a. Calculer l'énergie dissipée durant le freinage
      $E_{m_1} = E_{m2} + E_{diss} \Rightarrow E_{diss} = E_{m1} - E_{m2}$
      $E_{diss} = \frac{1}{2}m{v_1}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 30^2 = 4{,}5 \cdot 10^5\ J$

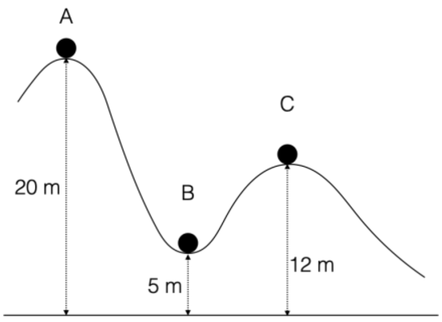
   b. Calculer les forces de freinage
      $E_{diss} = F_F \cdot d \Rightarrow F_F = \frac{E_{diss}}{d} = \frac{4{,}5 \cdot 10^5}{100} = 4500\ N$

3. Une bille est posée en haut d'un plan incliné. La dénivellation entre le haut et le bas du plan est de 5 m et les frottements sont négligeables. Calculer sa vitesse lorsqu'elle arrive en bas du plan incliné.

$E_{m_1} = E_{m2} + E_{diss}$

$\cancel{m}gh_1 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_2{}^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 5} = 9{,}9\ m/s$

4. Une bille de 100 g se déplace sur une trajectoire selon le schéma ci-dessous. La vitesse de la bille est nulle en A.



a. Calculer sa vitesse lorsqu'elle est en C si les frottements sont négligeables.

$E_{m_A} = E_{m_C} + E_{diss}$

$mgh_A = \frac{1}{2}mv_C{}^2 + mgh_C$

$\Rightarrow v_C = \sqrt{\frac{mgh_A - mgh_C}{\frac{1}{2}m}} = \sqrt{\frac{0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot 20 - 0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot 12}{\frac{1}{2} \cdot 0{,}1}} = 12{,}52\ m/s$

b. Calculer sa vitesse en C si les frottements font dissiper 0,3 J d'énergie entre A et C.

$E_{m_A} = E_{m_C} + E_{diss}$

$mgh_A = \frac{1}{2}mv_C{}^2 + mgh_C + E_{diss}$

$\Rightarrow v_C = \sqrt{\frac{mgh_A - mgh_C - E_{diss}}{\frac{1}{2}m}} = \sqrt{\frac{0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot 20 - 0{,}1 \cdot 9{,}8 \cdot 12 - 0{,}3}{\frac{1}{2} \cdot 0{,}1}} = 12{,}28\ m/s$

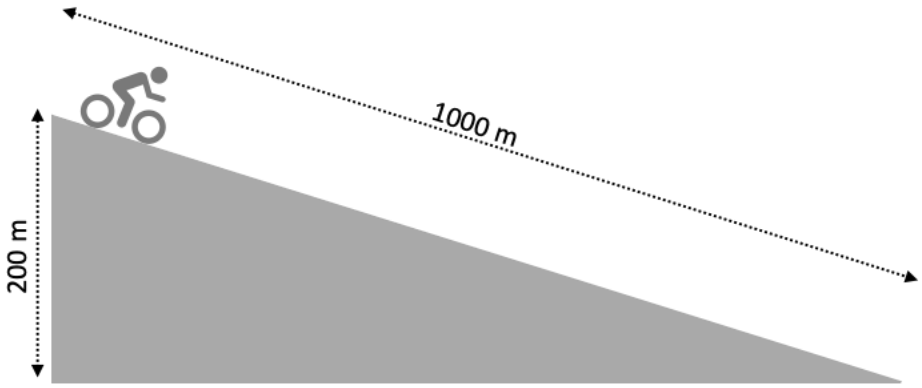
5. Une voiture de 1000 kg à l'arrêt démarre et atteint la vitesse de 20 m/s en 10 secondes. Les frottements sont de 500 N.
   a. Calculer l'énergie mécanique de la voiture au bout des 10 secondes.
   $E_m = E_c + E_P = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 20^2 = 2 \cdot 10^5\ J$

   b. Calculer l'énergie dissipée durant les 10 premiers secondes.
   $E_{diss} = F_F \cdot d$
   $d = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \qquad a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{20}{10} = 2\ m/s^2$
   $d = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 = 100\ m$
   $E_{diss} = 500.100 = 5 \cdot 10^4\ J$

   c. Calculer le travail de la force motrice durant les 10 premiers secondes.
   $A_{Fm} = F_m \cdot d \cdot \cos(\phi)$
   $Fm = ? \qquad F = ma \Rightarrow Fm - F_F = ma$
   $\Rightarrow Fm = ma + F_F = 1000 \cdot 2 + 500 = 2500\ N$
   $A_{Fm} = 2500 \cdot 100 = 2{,}5 \cdot 10^5\ J$

   d. Comparez le travail de la force motrice avec l'énergie cinétique de la voiture et l'énergie dissipée. Que constatez-vous ?
   $E_c + E_{diss} = 2 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 = 2{,}5 \cdot 10^5 = A_{Fm}$!
   $A_{Fm} = E_c + E_{diss}$
   Le travail de la force motrice a donnée à la voiture son énergie cinétique et s'est opposée au travail des frottement (énergie dissipée).

6. Un cycliste de 80 kg est immobile en haut d'une route d'une longueur de 1 km. Il lâche les freins et descend en roue libre jusqu'en bas de la route. La dénivellation entre le haut et le bas de la route est de 200 m. Les frottements sont de 5 N



a. Quelle est la vitesse du cycliste en bas de la route ?

$E_{m_1} = E_{m_2} + E_{diss}$

$mgh_1 = \frac{1}{2} m{v_2}^2 + F_F \cdot d$

$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{mgh_1 - F_F \cdot d}{\frac{1}{2} m}} = \sqrt{\frac{80 \cdot 9{,}8 \cdot 200 - 5 \cdot 1000}{\frac{1}{2} \cdot 80}} = 61{,}6\ m/s$

b. Quelle est la vitesse du cycliste en bas de la route si les frottements sont négligeables ?

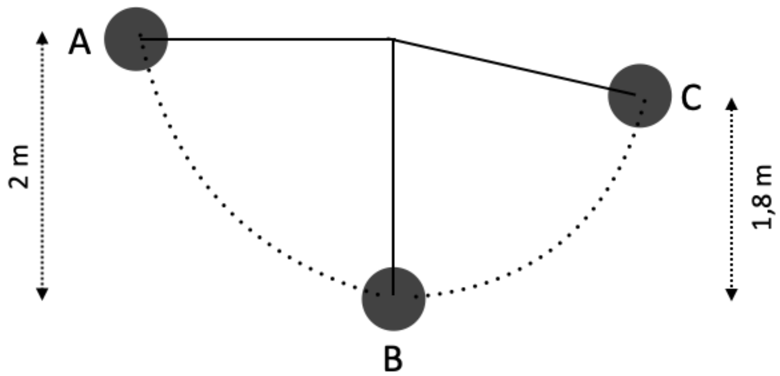
$E_{m_1} = E_{m_2} + E_{diss}$

$mgh_1 = \frac{1}{2} m{v_2}^2$

$\Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{mgh_1}{\frac{1}{2} m}} = \sqrt{\frac{80 \cdot 9{,}8 \cdot 200}{\frac{1}{2} \cdot 80}} = 62{,}6\ m/s$

$(E_{m_1} = 80 \cdot 9{,}8 \cdot 200 = 156800\ J \quad - 5000\ J\ d'énergie\ disspipé \Rightarrow reste\ 151800\ J\ )$

7. Une pendule est constituée d'une masse de 1 kg et d'une corde de 2 m. On lâche la masse qui passe de position A à B puis à C (voir le schéma).



a. En négligeant les frottements calculer sa vitesse en B

$E_{m_A} = E_{m_B} + E_{diss}$
$\cancel{m}gh_A = \frac{1}{2}\cancel{m}{v_B}^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 2} = 6{,}26\ m/s$

b. En négligeant les frottements calculer la tension de la corde en B.

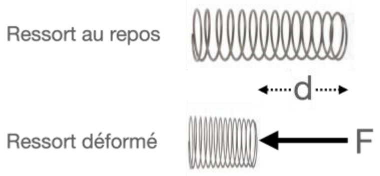
La tension du câble = force centripète !
$F_c = ma_c \qquad a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{6{,}26^2}{2} = 19{,}6\ m/s^2$
$T_c = F_c = 1 \cdot 19{,}6 = 19{,}6\ N$

c. Si la masse s'arrête en C, déterminer l'énergie dissipée entre A et C.

$E_{m_A} = E_{m_C} + E_{diss} \Rightarrow E_{diss} = E_{m_A} - E_{m_C}$
$E_{diss} = mgh_A - mgh_C = 1 \cdot 9{,}8 \cdot 2 - 1 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}8 = 1{,}96\ \ J$

Énergie potentielle élastique

Un ressort est un objet qui peut accumuler de l'énergie. Si on comprime ou si on étire un ressort on lui donne de l'énergie. Cette énergie (énergie potentielle élastique) dépend de la dureté du ressort (constante élastique k) et de la longueur correspondant à son étirement ou sa compression (d) par rapport à son état au repos (*formulaire CRM p. 135*):



$$E_{p_{él}} = \frac{1}{2}kd^2$$

$E_{pél}$: énergie potentielle élastique du ressort (J)
k : constante élastique du ressort (N/m)
d : déformation du ressort par rapport à son état de repos (m)

Par exemple si on comprime de 30 cm un ressort dont la constante élastique est de 150 N/m, il contiendra de l'énergie due à cette déformation :

$E_{p_{él}} = \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot 0{,}3^2 = 6{,}75\, J$

Pour déformer un ressort il faut exercer une force. Plus le ressort est dure, plus la force doit être grande. Mias aussi plus on déforme le ressort et plus l'intensité de cette force doit être grande. Cette force est proportionnelle à la déformation et à la constante élastique :

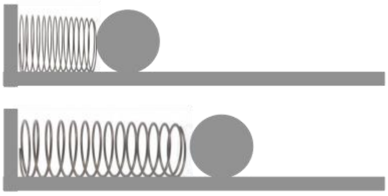
$$F = kd$$

Par exemple la force qu'il faut exercer pour comprimer de 30 cm un ressort dont la constante élastique est de 150 N/m peut être calculé de la manière suivante :

$F = 150 \cdot 0{,}3 = 45\, N$

Exercices

1. On pose une bille de 100 g devant un ressort comprimé de 20 cm par rapport à sa forme au repos. La constante élastique du ressort est de 200 N/m. On relache le ressort qui reprend sa forme au repos en poussant la bille.
   Calculer la vitesse de la bille au moment où le ressort a pris sa forme au repos :



$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{kd^2}{m}} = \sqrt{\frac{200 \cdot 0{,}2^2}{0{,}1}} = 8{,}9\ m/s$