

Intersection d'une droite avec un cercle

$$\begin{cases} (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \\ y = mx + h \end{cases}$$

Revoir le cours :

<http://www.swisslearn.org/?sfwd-lessons=intersections-dune-droite-et-dun-cercle>

Vidéo : <https://youtu.be/zIsBk05vvjw>

Exemple

Calculer les coordonnées des points P_1 et P_2 , intersections de la droite d et du cercle c :

$$c: (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 8$$

$$d: y = -x + 7$$

$$\begin{cases} (x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 8 \\ y = -x + 7 \end{cases}$$

$$(x - 4)^2 + (-x + 7 - 3)^2 = 8$$

$$x^2 - 8x + 16 + (-x + 4)^2 = 8$$

$$x^2 - 8x + 16 + x^2 - 8x + 16 = 8$$

$$2x^2 - 16x + 24 = 0$$

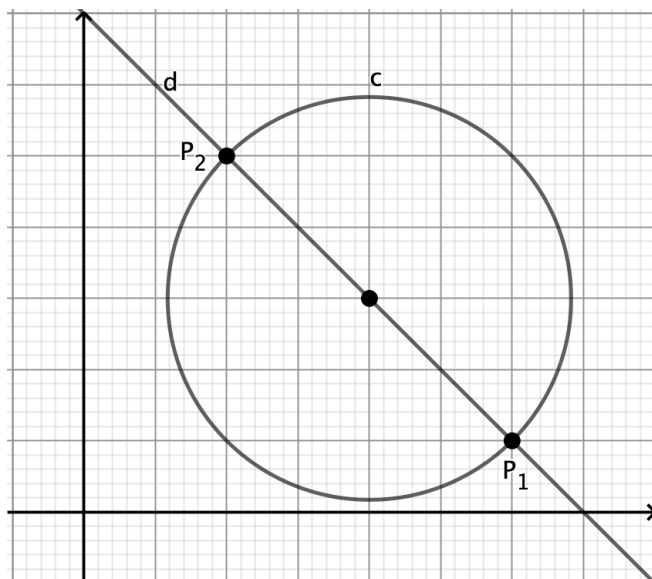
$$\Delta = (-16)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 24 = 64$$

$$x = \frac{16 \pm 8}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 = 6 \Rightarrow y_1 = -6 + 7 = 1$$

$$\Rightarrow x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = -2 + 7 = 5$$

$$P_1(6; 1) \quad P_2(2; 5)$$



Exercices :

1. Calculer les coordonnées des points P et Q, intersections de la droite $y = x + 1$ et du cercle $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$
(Vérifier graphiquement les résultats)

$$\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25 \\ y = x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x - 1)^2 + (x + 1 - 1)^2 &= 25 \\ x^2 - 2x + 1 + x^2 &= 25 \\ 2x^2 - 2x - 24 &= 0 \end{aligned}$$

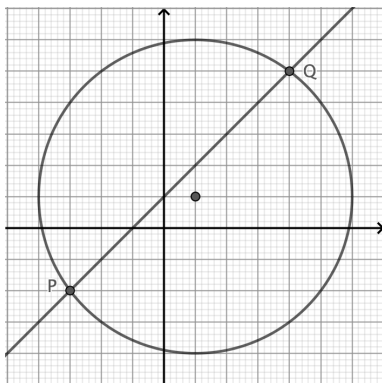
$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-24) = 196$$

$$x = \frac{2 \pm 14}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 = 4 \Rightarrow y_1 = 4 + 1 = 5$$

$$\Rightarrow x_2 = -3 \Rightarrow y_2 = -3 + 1 = -2$$

P(-3; -2) Q(4; 5)



2. Calculer les coordonnées des points M et N, intersections de la droite $y = 3x - 2$ et du cercle $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 100$

$$\begin{cases} (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 100 \\ y = 3x - 2 \end{cases}$$

$$(x + 1)^2 + (3x - 2 - 2)^2 = 100$$

$$(x + 1)^2 + (3x - 4)^2 = 100$$

$$x^2 + 2x + 1 + 9x^2 - 24x + 16 = 100$$

$$10x^2 - 22x - 83 = 0$$

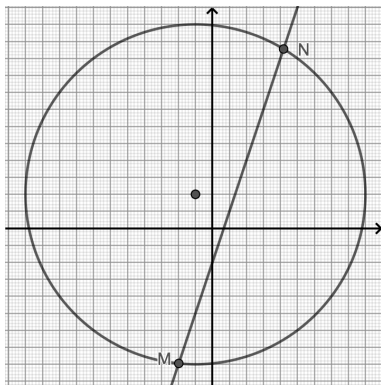
$$\Delta = (-22)^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-83) = 3804$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{3804}}{20}$$

$$\Rightarrow x_1 \cong 4,2 \Rightarrow y_1 \cong 3 \cdot 4,2 - 2 = 10,6$$

$$\Rightarrow x_2 \cong -1,2 \Rightarrow y_2 \cong 3 \cdot (-1,2) - 2 = -8$$

M(-1,2; -8) Q(4,2; 10,6)



3. Calculer les coordonnées des points A et B, intersections de la droite $y = -x$ et du cercle $(x + 1)^2 + y^2 = 16$

$$\begin{cases} (x + 1)^2 + y^2 = 16 \\ y = -x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (x + 1)^2 + (-x)^2 &= 16 \\ x^2 + 2x + 1 + x^2 &= 16 \\ 2x^2 + 2x - 15 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-15) = 124$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{124}}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 \cong 2,3 \Rightarrow y_1 \cong -2,3$$

$$\Rightarrow x_2 \cong -3,3 \Rightarrow y_2 \cong 3,3$$

$$\mathbf{A(-3,3 ; 3,3) \quad B(2,3 ; -2,3)}$$

